

SAYI SİSTEMLERİ ve OPERATÖRLER

Dr. H. İrem TÜRKMEN



İkili (Binary) Sayı Sistemi

- İkili sayı sisteminde sadece 0 ve 1 rakamları kullanılır.
- İki sayısı <<10>> şeklinde ifade edilir.
- Ondalık sayı sisteminde olduğu gibi toplamın iki olması durumunda bir sonraki haneye aktarılır.
- İkili sayı sistemindeki sayıların yazımı **genellikle ondalık sisteme göre** daha uzundur.
- Bunun temel nedeni ikilik sistemde her hanenin onluk sisteme göre daha az bilgi ifade edebilmesidir.
- İkilik sistemdeki hanelere **bit adı verilir.**
- $1100.1001 = 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4}$

Yıldız Teknik Üniversitesi - Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

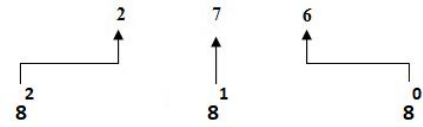
22.02.2019



2

Sekizlik (Octal) Sayı Sistemi

- Sekizlik sayı sisteminde sayılar sadece 8 rakam kullanılarak ifade edilir.
- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ve 7
- Sekizlik sayı sisteminde her hane ikilik sayı sistemindeki 3-biti ifade eder. ($2^3 = 8$)
- Sekizli sayı sistemi 12-bit, 24-bit ve 36-bit yapısındaki çeşitli işlemcilerde kullanılmıştır.
- Örnek : PDP-8, ICL 1900 ve IBM mainframe



Ondalık (Decimal) Sayı Sistemi

- Ondalık sayı sistemi
- Hindu Arabic, Arabic olarak ta bilinir.
- 10 farklı rakam kullanılır.
- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9
- Kesirli sayıların gösterimi için **nokta işareti kullanılır.**
- Ondalık sayı sisteminde 543.21 sayısı
- $(5 \times 10^2) + (4 \times 10^1) + (3 \times 10^0) + (2 \times 10^{-1}) + (1 \times 10^{-2})$ şeklinde değerlendirilir.



Onaltılık (Hexadecimal) Sayı Sistemi

- Onaltılık sayı sisteminde sayıların ifade edilmesi için 16 değere ihtiyaç vardır.
- Bunun için 10 rakam ve 6 harften yararlanılır.
- 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- A, B, C, D, E ve F
- Hanelerin kullanımı ondalık sayı sistemi ile aynıdır.
- Ondalık sayı sisteminde 256,058 sayısı
- İkilik sayı sisteminde $\ll 11\ 1110\ 1000\ 0011\ 1010 \gg$
- Sekizlik sayı sisteminde $\ll 764072 \gg$
- Onaltılık sayı sisteminde $\ll 3E83A \gg$ şeklinde yazılır.



Sayı Sistemleri Arasında Geçiş

- Matematiksel olarak sayı sistemleri arasındaki geçiş carpma ve bolme işlemleri ile yapılır.
- Ondalık sayı sisteminde başka sayı sistemine gecerken bolme
- Diğer sayı sistemlerinden Ondalık sisteme gecerken carpma

$$\begin{array}{r}
 25 \mid 2 \\
 \hline
 \underline{24} \quad 12 \mid 2 \\
 \hline
 1 \quad \underline{12} \quad 6 \mid 2 \\
 \hline
 0 \quad \underline{6} \quad 3 \mid 2 \\
 \hline
 0 \quad \underline{2} \quad 1 \\
 \hline
 1
 \end{array}$$

$25 = (11001)_2$



Sayı Sistemleri Arasında Geçiş

- İkilik, sekizlik ve onaltılık sayı sistemleri arasındaki geçişler daha pratik şekillerde yapılabilir.
- Sekizlik sistemdeki her hane, ikilik sistemdeki **üç haneye karşılık gelir.**
- 001 111 011
- 173
- Onaltılık sistemdeki her hane, ikilik sistemde **dört haneye karşılık gelir.**
- 1010 0000 1001 1100
- A09C



Aritmetik Operatörler

- Toplama (+)
- Çıkarma (-)
- Çarpma (*)
- Bölme (/)
- Mod (mod)



İlişkisel Operatörler

- Büyüktür ($>$)
- Küçüktür ($<$)
- Büyük eşit ($\geq$)
- Küçük eşit ($\leq$)
- Eşit ($=$)
- Eşit değil ($\neq$)



Mantıksal Operatörler

- Mantıksal AND (AND)
- Mantıksal OR (OR)
- Mantıksal Negation (NOT)



Bitwise Operatörler

- AND (&)
- OR (|)
- Exclusive OR (XOR)
- Shift
 - Sol (<<)
 - Sağ (>>)
- Rotate
 - Sol / Sağ



AND Operatörü

- AND operatörü her iki bit değerinin 1 olması durumunda 1 değerini sonuca taşır.
- A sayısının 60, B sayısının 13 olması durumunda

A = 0011 1100

B = 0000 1101

A & B = **0000 1100**

A	B	A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



OR Operatörü

- OR operatörü iki bit değerinden birinin 1 olması durumunda 1 değerini sonuca taşır.
- A sayısının 60, B sayısının 13 olması durumunda

A = 0011 1100

B = 0000 1101

A | B = **0011 1101**

A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



XOR Operatörü

- XOR operatörü her iki bit değerinin aynı olması durumunda 0, farklı olması durumunda 1 üretir.
- A sayısının 60, B sayısının 13 olması durumunda

A = 0011 1100

B = 0000 1101

A XOR B = **0011 0001**

A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



SHIFT Operatörü

- A sayısı halen 60 değerine sahip
0011 1100
- Sola doğru shift işlemi **iki kere gerçekleştirildiğinde**
 $A \ll 2$
240 – 1111 0000
- Sağa doğru shift işlemi **üç kere gerçekleştirildiğinde**
 $A \gg 3$
7 – 0000 0111

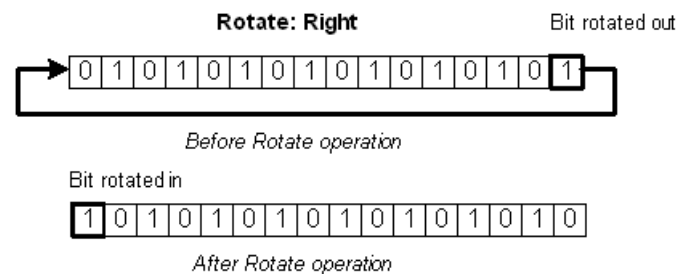
Yıldız Teknik Üniversitesi - Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

22.02.2019



15

ROTATE



Yıldız Teknik Üniversitesi - Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

22.02.2019



16

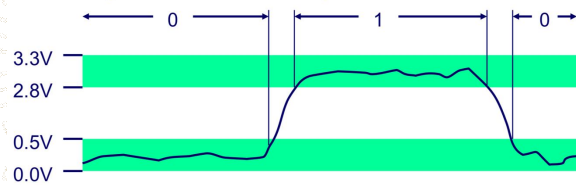
Bilgisayarda Sayı Sistemi

- Gunumuz bilgisayarları ikili sayı sistemini kullanır.
- Dolayısıyla bilgisayarda işlem gorecek veya saklanacak tum bilgiler "bit"ler ile ifade edilir.
 - tam sayılar
 - kesirli sayılar
 - harfler /karakter
 - resimler, videolar vb.



Bilgisayarda Sayı Sistemi

- Neden ondalık sayı sistemi değil ? (ENIAC ondalık sistemi kullanıyordu!)
- Toplama, carpma vb. işlemlerin gerçekleştirilmesi zorlaşır.
- İkili sistemde bilginin aktarımı daha kolay!
- Parazit, gurultulere karşı daha dayanıklı



Bilginin Bitlerle İfadesi: Metnin İfadesi

- Kucuk ve büyük harfler
- Noktalama işaretleri
- Matematiksel ifadeler
- Rakamlar
- Kontrol karakterleri
- ASCII – 8bit
- UNICODE – 32 bit

01001000 01000101 01001100 01001100 01001111
HELLO

ASCII TABLE

Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char	Decimal	Hex	Char
0	0	[NUL]	32	20	[SPACE]	64	40	@	96	60	'
1	1	[START OF HEADING]	33	21	!	65	41	A	97	61	a
2	2	[START OF TEXT]	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	3	[END OF TEXT]	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	4	[END OF TRANSMISSION]	36	24	\$	68	44	D	100	64	d
5	5	[ENQUIRY]	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	6	[ACKNOWLEDGE]	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	7	[BELL]	39	27	'	71	47	G	103	67	g
8	8	[BACKSPACE]	40	28	(	72	48	H	104	68	h
9	9	[HORIZONTAL TAB]	41	29	)	73	49	I	105	69	i
10	A	[LINE FEED]	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	B	[VERTICAL TAB]	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	C	[FORM FEED]	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	D	[CARRIAGE RETURN]	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
14	E	[SHIFT OUT]	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
15	F	[SHIFT IN]	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	[DATA LINK ESCAPE]	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	[DEVICE CONTROL 1]	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	[DEVICE CONTROL 2]	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	[DEVICE CONTROL 3]	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	[DEVICE CONTROL 4]	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	[NEGATIVE ACKNOWLEDGE]	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	[SYNCHRONOUS IDLE]	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	[END OF TRANS. BLOCK]	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	[CANCEL]	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	[END OF MEDIUM]	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	[SUBSTITUTE]	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	[ESCAPE]	59	3B	;	91	5B	[	123	7B	{
28	1C	[FILE SEPARATOR]	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	
29	1D	[GROUP SEPARATOR]	61	3D	=	93	5D	]	125	7D	}
30	1E	[RECORD SEPARATOR]	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	[UNIT SEPARATOR]	63	3F	?	95	5F	_	127	7F	[DEL]

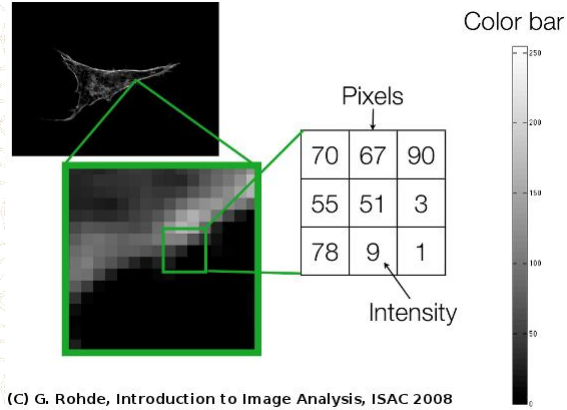


Bilginin Bitlerle İfadesi: Negatif Sayılar

- 1's complement
 - En yüksek anlamlı bit (Most Significant Bit, MSB) işaret (sign) biti olarak kullanılır.
 - 0 : pozitif sayı
 - 1 : negatif sayı
 - Sayının ikilik sistemdeki yazımının her bitin 1'e göre tersi alınır.
 - 11 : 0000 1011
 - 11 : 1111 0100
- 2's complement
 - 1'e göre ters alma işleminden sonra sayıya 1 eklenir.
- 1'e göre ters alma işleminde sıfır için iki farklı değer üretilir. 2'ye göre ters alma işleminde ise bu problem yoktur.
- 2'ye göre ters alma, aritmetik işlemlerde kolaylık sağlar



Bilginin Bitlerle İfadesi: Resimler



(C) G. Rohde, Introduction to Image Analysis, ISAC 2008

Yıldız Teknik Üniversitesi - Bilgisayar Mühendisliği Bölümü

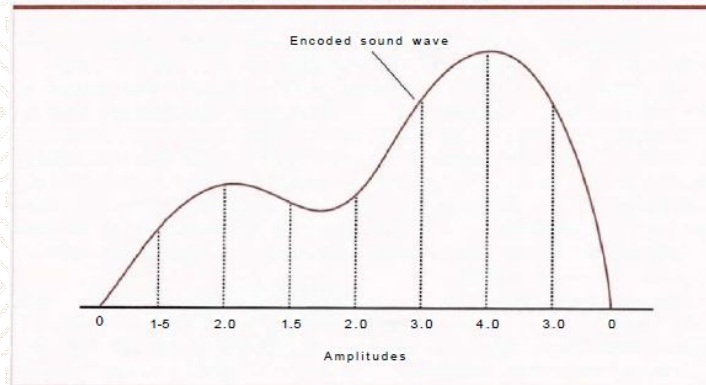


21

22.02.2019

Bilginin Bitlerle İfadesi: Ses

The sound wave represented by the sequence 0, 1.5, 2.0, 1.5, 2.0, 3.0, 4.0, 3.0, 0



Yıldız Teknik Üniversitesi - Bilgisayar Mühendisliği Bölümü



22

22.02.2019