Kelime (Text) İşleme Algoritmaları

Prof.Dr.Banu Diri

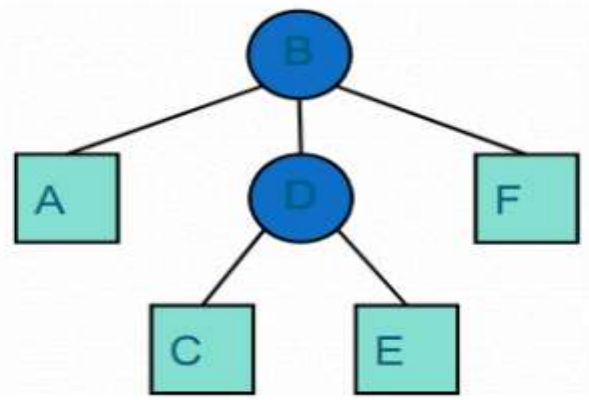
- Trie Ağacı
- Sonek Ağacı (Suffix Tree)
- Longest Common String (LCS)
- Minimum Edit Distance

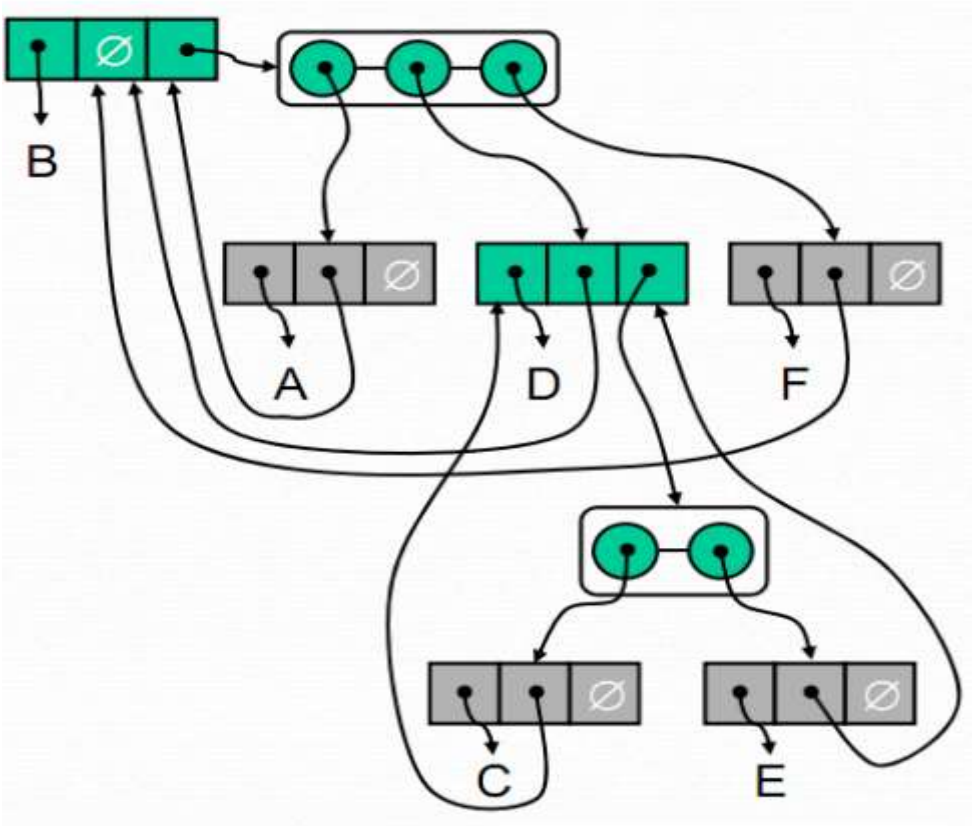
Ağaçların Bağlı Yapısı

❖ Düğüm (node), çeşitli bilgiler ile ifade edilen bir nesnedir.

❖Her bir bağlantı (edge) için, birer bağlantı bilgisi tutulur.

- Nesne/Değer (Element)
- Ana düğüm (Parent node)
- Çocuk düğümlerin listesi





Metin ağaçları (TRIE)

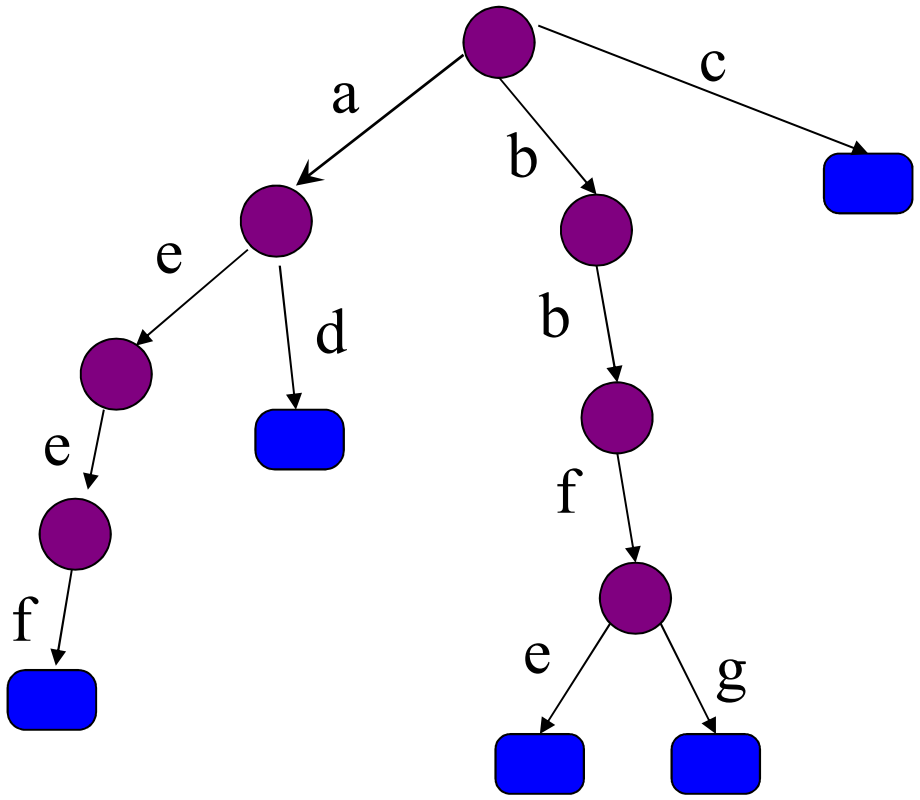
Trie ağacının ismi re**trie**val kelimesininin [3..6] arasındaki harflerinden oluşmaktadır.

Bir ağacın üzerinde bir metin (string, sözlük, ...) kodlanmak isteniyorsa TRIE ağaçları tercih edilir.

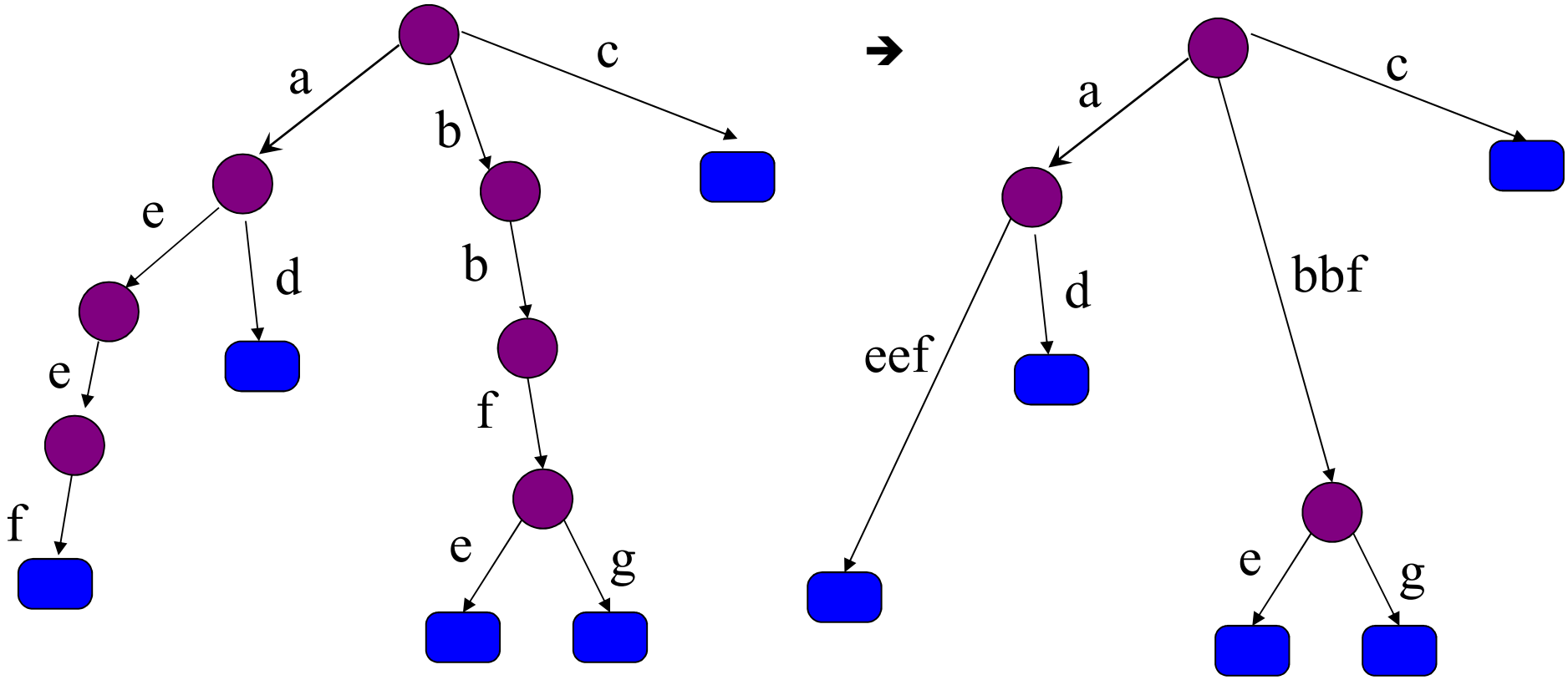
- İgili metni veren ağacın üzerinde izlenebilir tek bir yol vardır.
- Kök düğüm her zaman boş bir metni (string) ifade eder.
- Her düğüm kendisinden sonra gelen harfi işaret eder.
- Boş metin hangi harf ile devam ederse, o harfe ait dal takip edilir ve gelinen düğüm o ana kadar geçilmiş olan dallardaki harflerin birleştirilmiş halidir.
- Bir düğümden bir harf taşıyan sadece bir dal çıkabilir.
- Metin ağaçlarının en önemli avantajı, bir metni ararken metinin boyutu kadar işlem gerektirmesidir .
- Ağaçta ne kadar bilgi bulunduğunun önemi yoktur.
- Hafızayı verimli kullanırlar. Trie ağacının en derin noktası, ağaç üzerindeki en uzun metin kadardır.

String kümesinin TRIE üzerinde gösterilimi

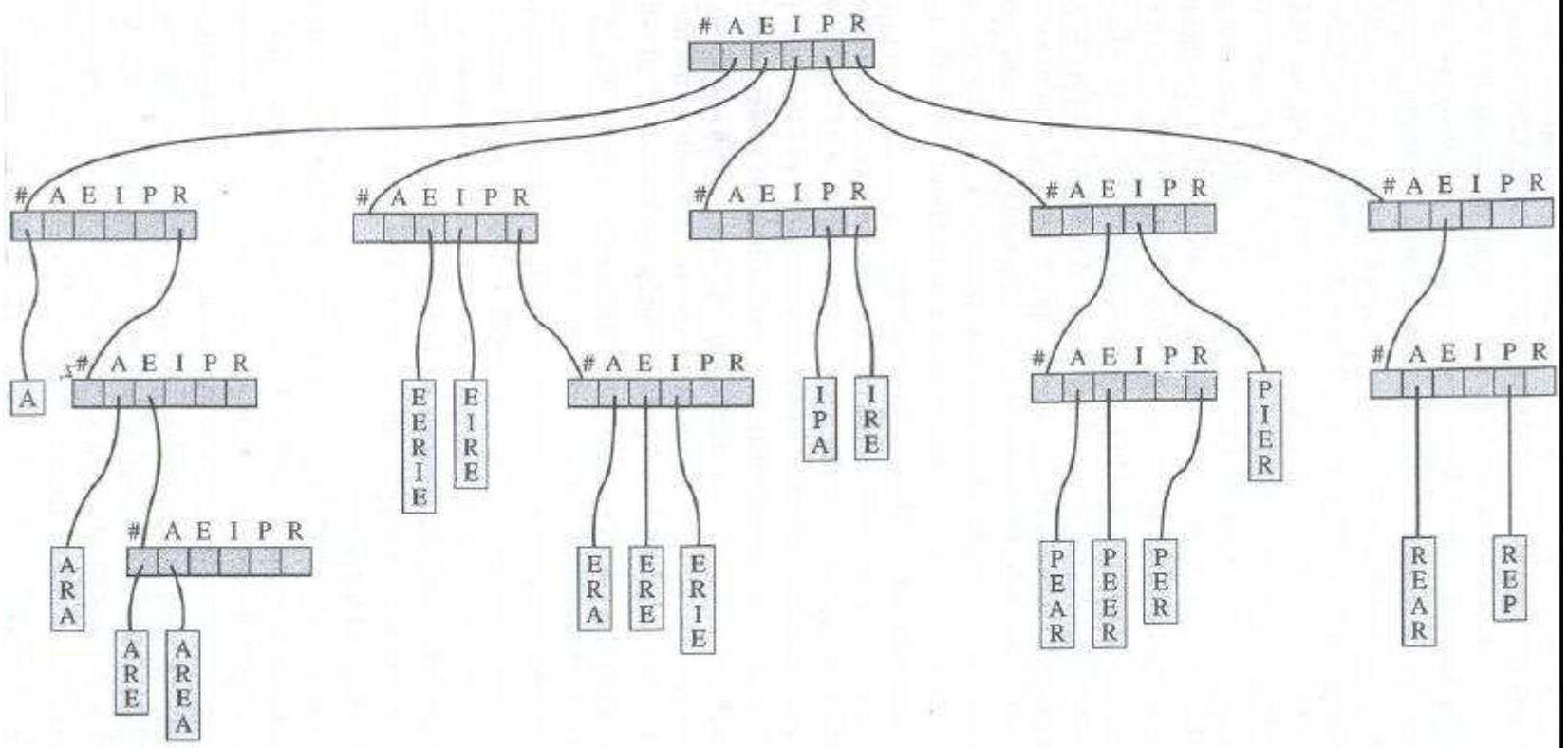
{
aeef
ad
bbfe
bbfg
c
}



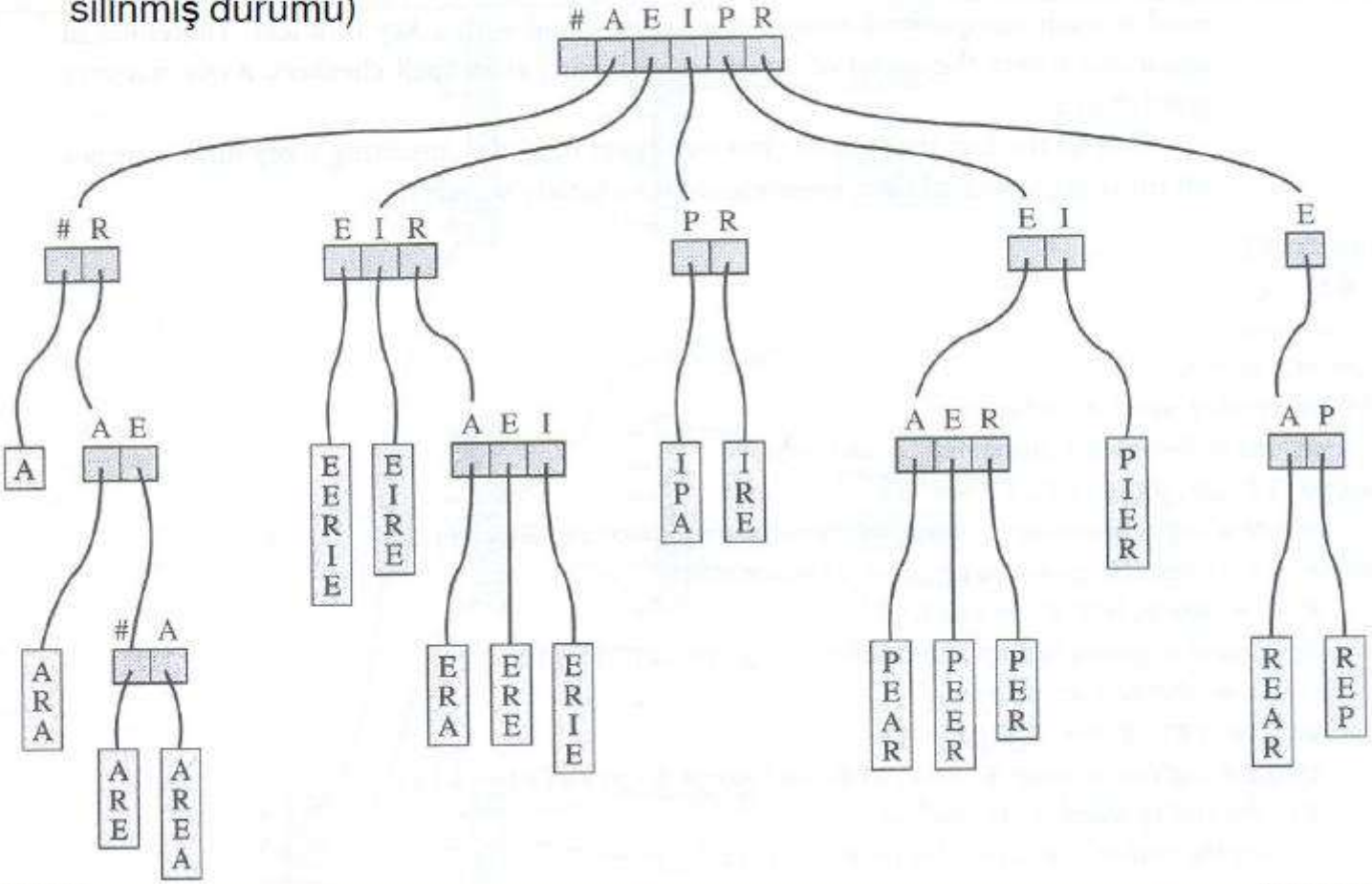
Sıkıştırılmış TRIE



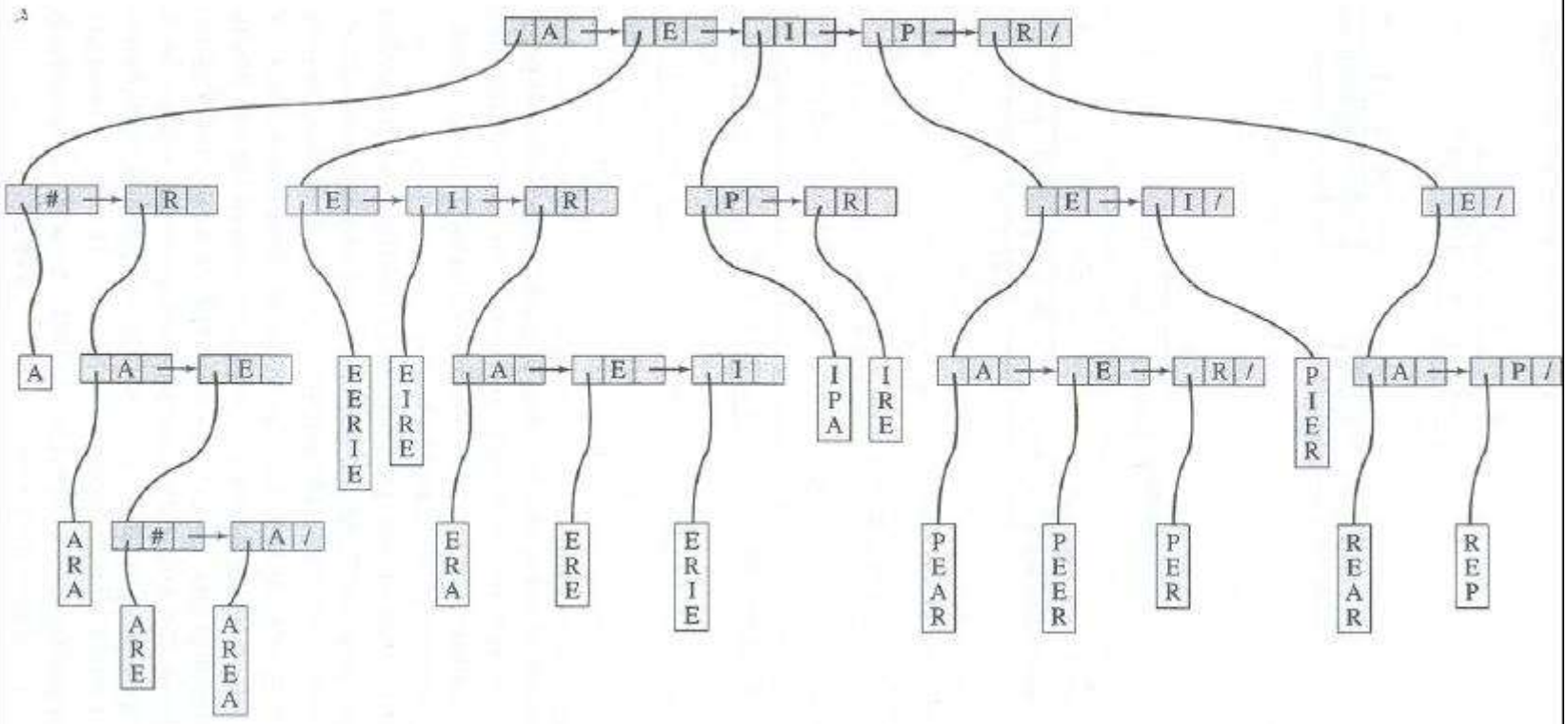
Örnek: A, E, I, P, R harflerinden oluşan bir trie



Örnek: A, E, I, P, R harflerinden oluşan bir trie (kullanılmayan alanların silinmiş durumu)



Örnek: A, E, I, P, R harflerinden oluşan bir trie'ın binary tree olarak gösterimi



Suffix Tree

- Suffix Tree (Sonek Ağacı) kelime işleme algoritmalarındandır

- DNA dosyaları gigabyte seviyesinde yer kapladıklarından DNA analizinin elle yapılması mümkün değildir. Hatta, DNA dosyalarının bilgisayar yardımıyla işlenmesi de çok uzun sürmektedir.

- Biyolojik veriler, arama motorları, derleyici tasarımı, işletim sistemi, veri tabanı, vs... kullanılır.

Suffix Trees

Substring bulma problemidir...

- Verilen text *m* uzunluğunda bir string (*S*)
- *S* için harcanan zaman *O(m)*
- Bulunması istenen string *Q* olup, *n* uzunluğunda olsun
- Q'nun *S* içerisinde aranması için harcanan zaman *O(n)*

Suffix Tree ler kullanılarak bu problemi çözebiliriz.

Suffix Tree'nin Tanımı

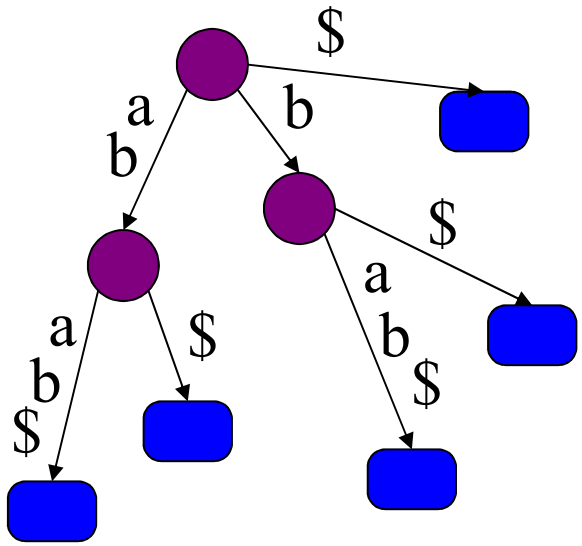
m uzunluğundaki bir *S* string için *T* suffix tree aşağıdaki özelliklere sahiptir:

- Köklü bir ağaçtır ve yönlüdür
- *1* ile *m* arasında etiketlenmiş *m* yaprağı vardır
- Ağaçtaki her bir dal *S* string nin bir alt stringini oluşturur
- Kökten, *i.* yaprağa kadar etiketlenmiş bir yol üzerindeki kenarlar birleştirilebilir
- Kök olmayan her ara düğümün en az 2 yaprağı vardır
- Bir düğümden çıkan kenarlar farklı karakterler ile başlar

S=abab

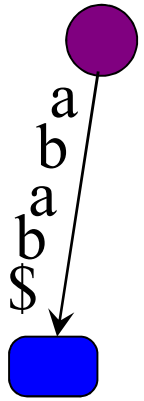
S string'inin suffix tree'si, *S*'nin bütün suffix'lerini sıkıştırılmış bir trie de tutsun. $ sembolü ilgili suffix'in sonunu göstersin.

{
  $
  b$
  ab$
  bab$
  abab$
}

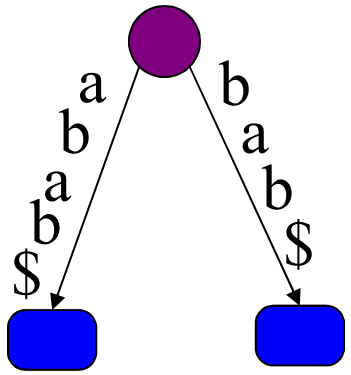


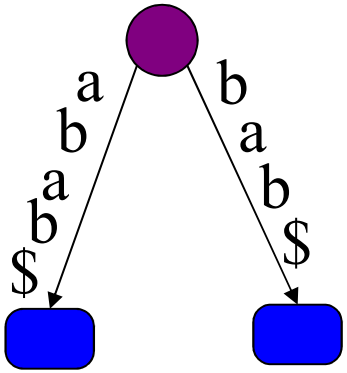
Suffix Tree'nin oluşturulması

En geniş suffix

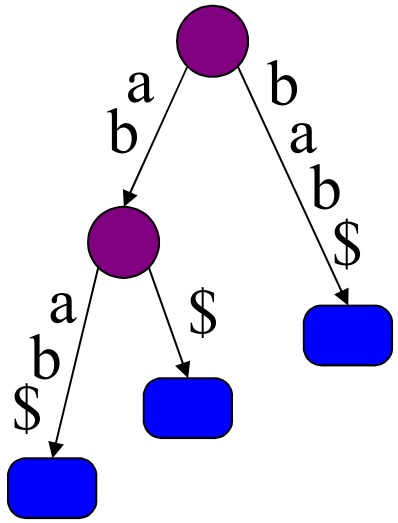


bab$ suffix'inin eklenmesi

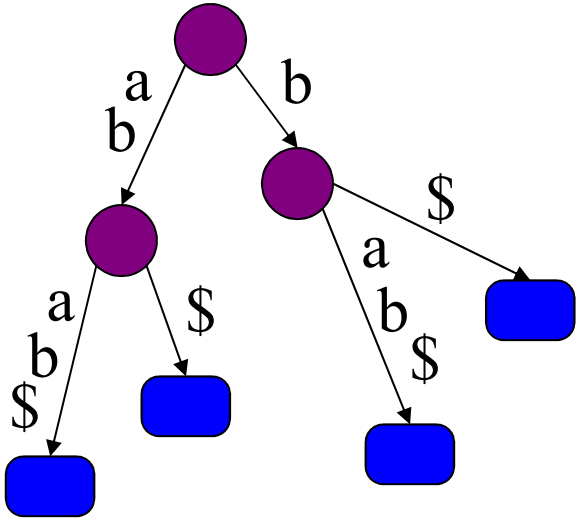


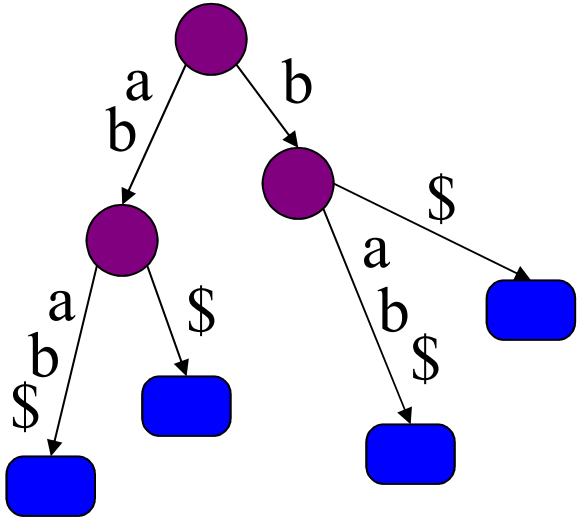


ab$ suffix'inin eklenmesi

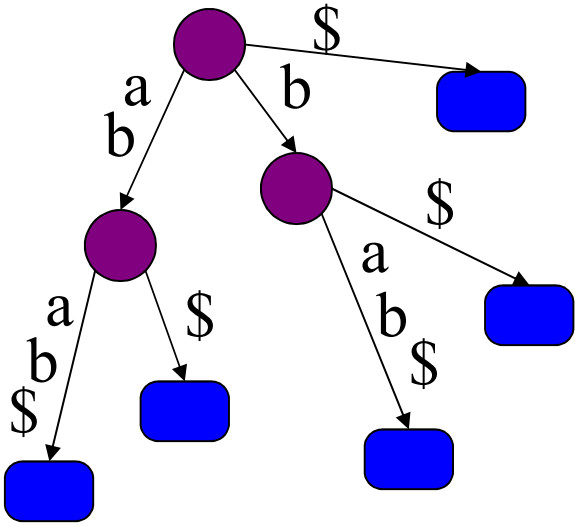


b$ suffix'inin eklenmesi

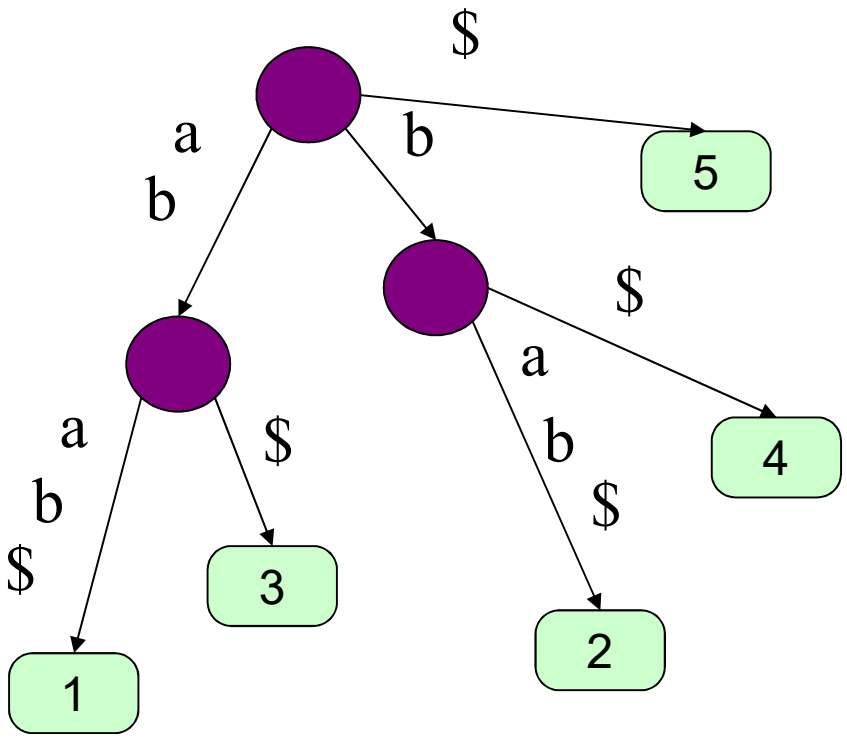




$ suffix'in eklenmesi



Herbir yaprağı etiketleyerek nerden erişeceğimizi biliriz.



Longest Common Subsequence

A subsequence of a string S, is a set of characters that appear in left -to-right order, but not necessarily consecutively.

Example

ACTTGCG

- ACT, ATTC, T, ACTTGC are all subsequences.
- TTA is not a subequence

A common subequence of two strings is a subsequence that appears in both strings. A longest common subequence is a common subsequence of maximal length.

Example

S1 = AAACCGTGAGTTATTCGTTCTAGAA
S2 = CACCCCTAAGGTACCTTTGGTTC

S1 = AAACCGTGAGTTATTCGTTCTAGAA
S2 = CACCCCTAAGGTACCTTTGGTTC

LCS is ACCTAGTACTTTG

$$c[i,j] = \begin{cases} 0 & \textbf{if } i = 0 \textbf{ or } j = 0 \ , \\ c[i-1, j-1] + 1 & \textbf{if } i, j > 0 \textbf{ and } x_i = y_j \ , \\ \max(c[i, j-1], c[i-1, j]) & \textbf{if } i, j > 0 \textbf{ and } x_i \neq y_j \ . \end{cases}$$

```
LCS − Length(X, Y)
 1  m ← length[X]
 2  n ← length[Y]
 3  for i ← 1 to m
 4        do c[i, 0] ← 0
 5  for j ← 0 to n
 6        do c[0, j] ← 0
 7  for i ← 1 to m
 8        do for j ← 1 to n
 9              do if x_i = y_j
10                    then c[i, j] ← c[i − 1, j − 1] + 1
11                         b[i, j] ← "↖"
12                    else if c[i − 1, j] ≥ c[i, j − 1]
13                            then c[i, j] ← c[i − 1, j]
14                                 b[i, j] ← "↑"
15                            else c[i, j] ← c[i, j − 1]
16                                 b[i, j] ← "←"
17  return c and b
```

$X_{m=7}$→ACTTGCG
$Y_{n=6}$→ ATTCGG

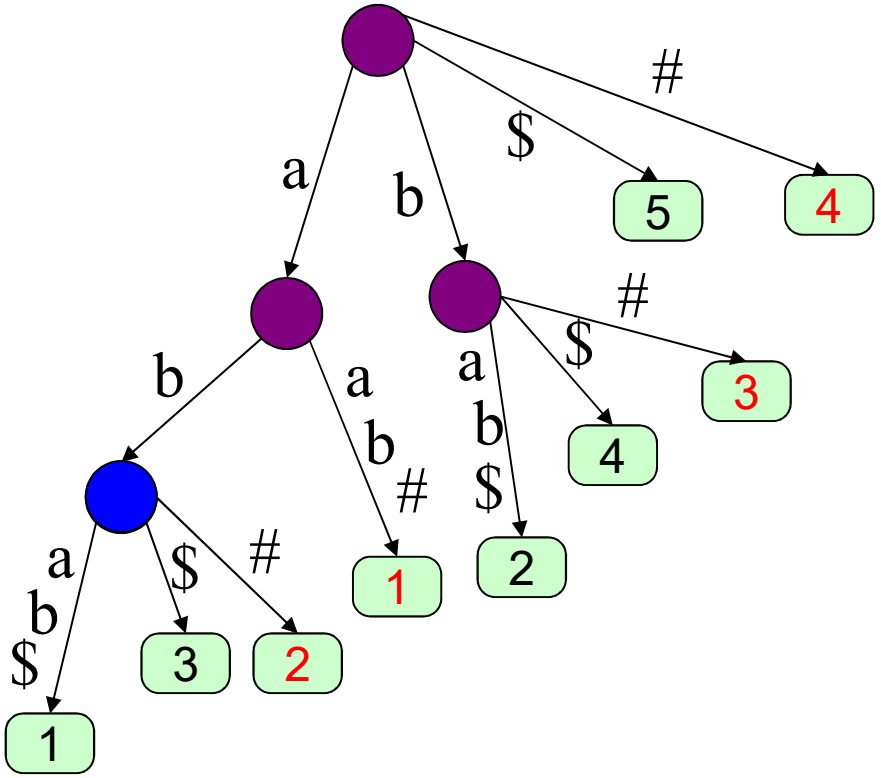
LCS→ ATTGG

			A	T	T	C	G	G
		0	1	2	3	4	5	6
	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	1 ↖	1 ←	1 ←	1 ←	1 ←	1 ←
C	2	0	1 ↑	1 ↑	1 ↑	2 ↖	2 ←	2 ←
T	3	0	1 ↑	2 ↖	2 ↖	2 ↑	2 ↑	2 ↑
T	4	0	1 ↑	2 ↖	3 ↖	3 ←	3 ←	3 ←
G	5	0	1 ↑	2 ↑	3 ↑	3 ↑	4 ↖	4 ↖
C	6	0	1 ↑	2 ↑	3 ↑	4 ↖	4 ↑	4 ↑
G	7	0	1 ↑	2 ↑	3 ↑	4 ↑	5 ↖	5 ↖

Longest Common Substring (of two strings)

S_1 aab#

S_2 abab$



Longest Common Suffix

$$LCSuff\,(S_{1..p}, T_{1..q}) = \begin{cases} LCSuff\,(S_{1..p-1}, T_{1..q-1}) + 1 & \text{if } S[p] = T[q] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Örnek :"ABAB" ve "BABA"

		A	B	A	B
	0	0	0	0	0
B	0	0	1	0	1
A	0	1	0	2	0
B	0	0	2	0	3
A	0	1	0	3	0

```
function LCSubstr(S[1..m], T[1..n])
L := array(1..m, 1..n)
z := 0
ret := {}
for i := 1..m
    for j := 1..n
      if S[i] = T[j]
          if i = 1 or j = 1
            L[i,j] := 1
            else
               L[i,j] := L[i-1,j-1] + 1
            if L[i,j] > z
              z := L[i,j]
              ret := {}
           if L[i,j] = z
              ret := ret ∪ {S[i-z+1..z]}
return ret
```

Dinamik Programlama kodu

Minimum Edit Distance

- Is the minimum number of editing operations needed to transform one into the other
  - Insertion
  - Deletion
  - Substitution
- Many applications in string comparison/alignment, e.g., spell checking, machine translation, bioinformatics, etc.

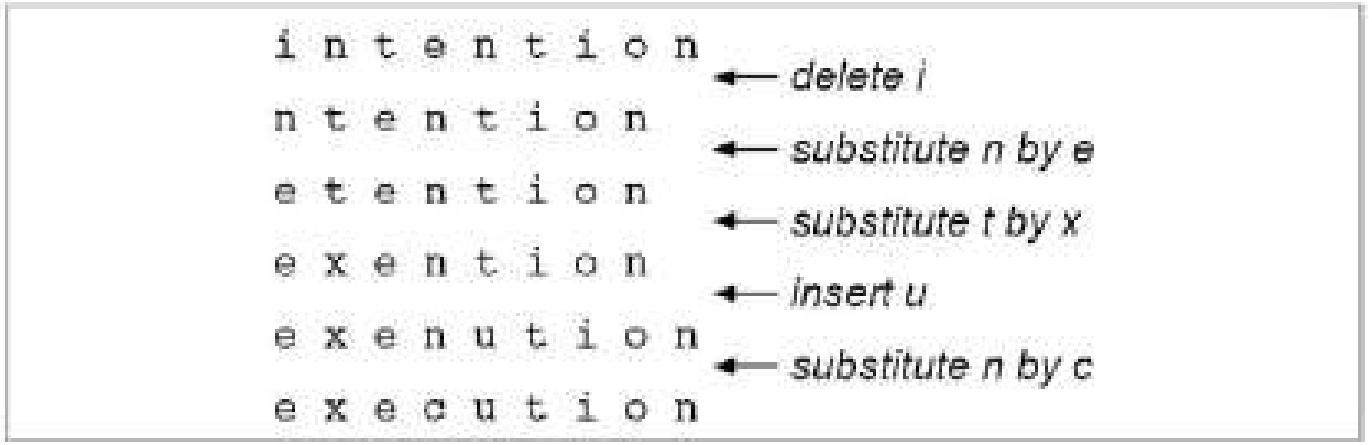
Minimum Edit Distance

```
I N T E * N T I O N
| | | | | | | | | |
* E X E C U T I O N
d s s   i s
```

- If each operation has cost of 1
  - Distance between these is 5
- If substitutions cost 2 (Levenshtein)
  - Distance between them is 8

Minimum Edit Distance

One possible path



Defining Min Edit Distance

- For two strings S_1 of len n, S_2 of len m
  - distance(i,j) or D(i,j)
    - means the edit distance of $S_1[1..i]$ and $S_2[1..j]$
    - i.e., the minimum number of edit operations need to transform the first i characters of S_1 into the first j characters of S_2
    - The edit distance of S_1, S_2 is D(n,m)
- We compute D(n,m) by computing D(i,j) for all i ($0 \leq i \leq$ n) and j ($0 \leq$ j $\leq$ m)
- Note the index associated with the source/target string: first is source and second is the target

Defining Min Edit Distance

- Base conditions:
  - $D(i,0) = i$ /* *deletion cost**/
  - $D(0,j) = j$ /* *insertion cost**/

  - Recurrence Relation:
  - $$D(i,j) = \min \begin{cases} D(i-1,j) + 1 & \text{/* cost for deletion*/} \\ D(i,j-1) + 1 & \text{/* cost for insertion*/} \\ D(i-1,j-1) + \begin{cases} 2; & \text{if } S_1(i) \neq S_2(j) \\ 0; & \text{if } S_1(i) = S_2(j) \end{cases} \end{cases}$$

    /* cost for substitution */

Dynamic Programming

- A tabular computation of D(n,m)
- Bottom-up
  - Compute D(i,j) for smaller i,j
  - Increase i, j to computer D(i,j) using previously computed values based on smaller indexes.

The Edit Distance Table

source

N	9									
O	8									
I	7									
T	6									
N	5									
E	4									
T	3									
N	2									
I	1									
#	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	#	E	X	E	C	U	T	I	O	N

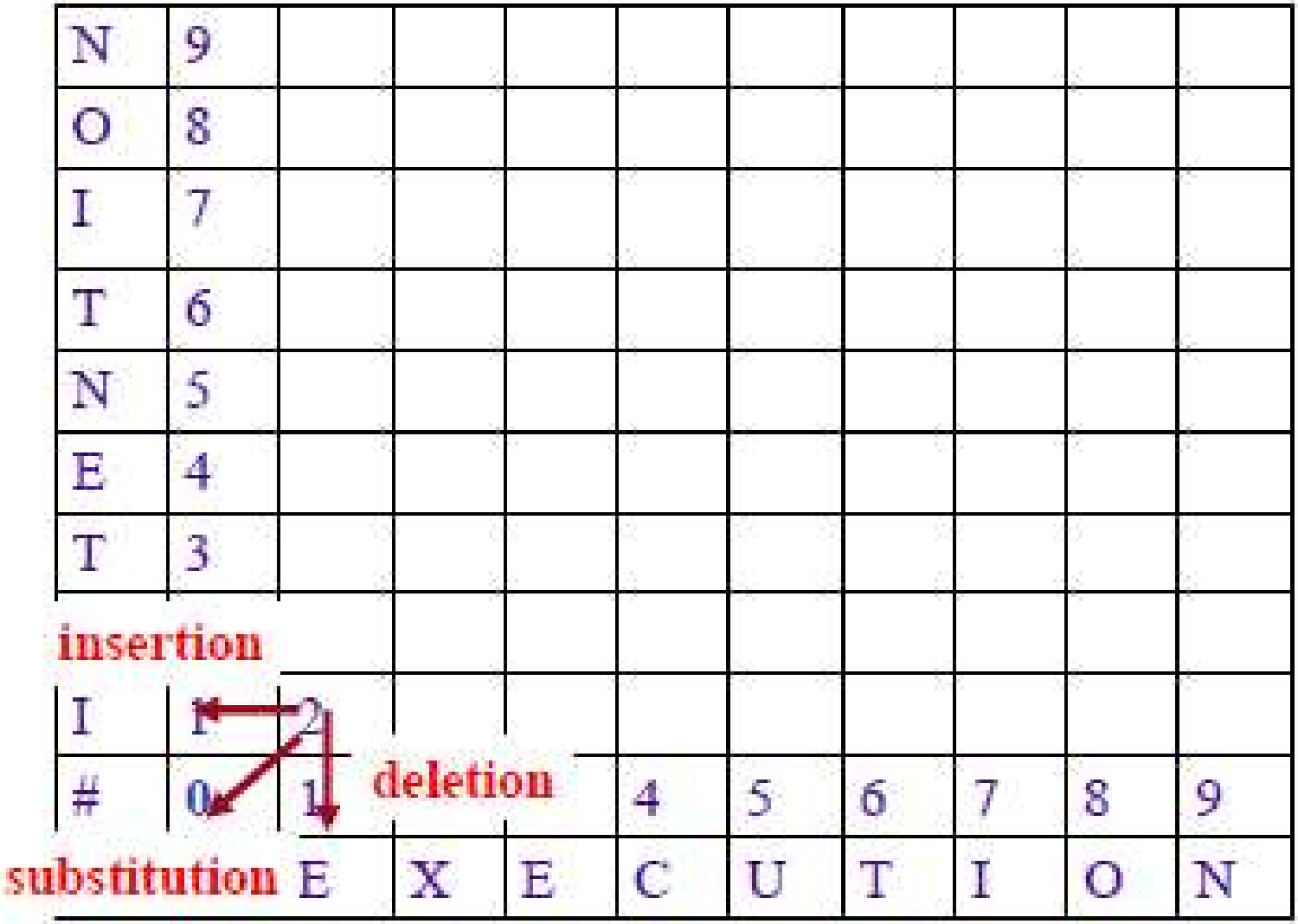
target

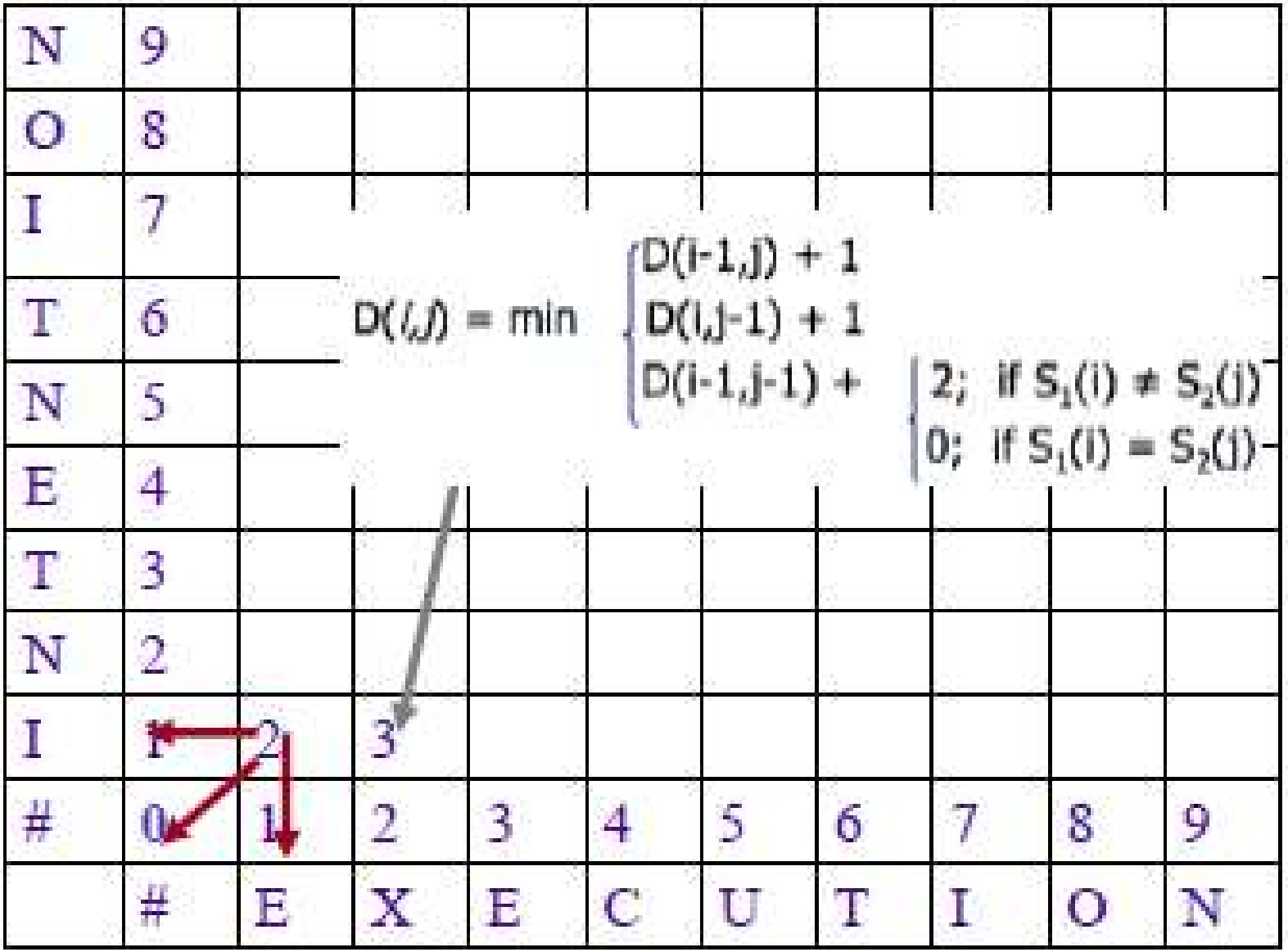
N	9									
O	8									
I	7									
T	6									
N	5									
E	4									
T	3									
N	2									
I	1									
#	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	#	E	X	E	C	U	T	I	O	N

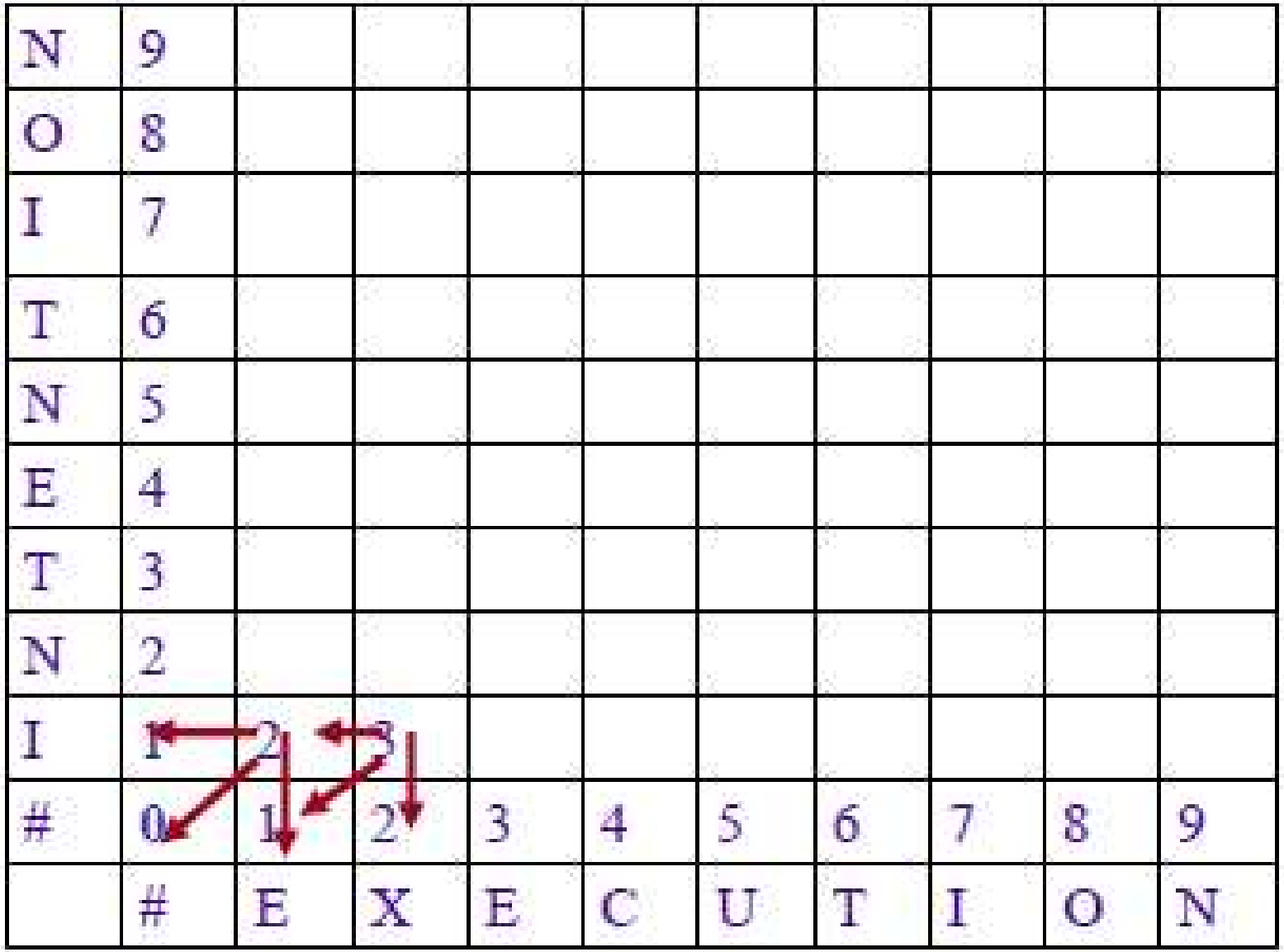
$$D(i,j) = \min \begin{cases} D(i-1,j) + 1 \\ D(i,j-1) + 1 \\ D(i-1,j-1) + \begin{cases} 2; & \text{if } S_1(i) \neq S_2(j) \\ 0; & \text{if } S_1(i) = S_2(j) \end{cases} \end{cases}$$

Adding Backtrace to MinEdit

- Base conditions:
  - $D(i,0) = i$
  - $D(0,j) = j$
- Recurrence Relation:
  - $$D(i,j) = \min \begin{cases} D(i-1,j) + 1 & \text{DOWN} \\ D(i,j-1) + 1 & \text{LEFT} \\ D(i-1,j-1) + \begin{cases} 1; & \text{if } S_1(i) \neq S_2(j) \\ 0; & \text{if } S_1(i) = S_2(j) \end{cases} & \text{DIAGONAL} \end{cases}$$


N 9
O 8
I 7
T 6
N 5
E 4
T 3
insertion
I 1
2
0
1
deletion
4 5 6 7 8 9
substitution
E X E C U T I O N


N 9
O 8
I 7
T 6
N 5
E 4
T 3
N 2
I 1
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
E X E C U T I O N
D(i,j) = min
D(i-1,j) + 1
D(i,j-1) + 1
D(i-1,j-1) +
2; if S1(i) ≠ S2(j)
0; if S1(i) = S2(j)


N 9
O 8
I 7
T 6
N 5
E 4
T 3
N 2
I 1 2 3
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
E X E C U T I O N

N	9	8	9	10	11	12	11	10	9	8
O	8	7	8	9	10	11	10	9	8	9
I	7	6	7	8	9	10	9	8	9	10
T	6	5	6	7	8	9	8	9	10	11
N	5	4	5	6	7	8	9	10	11	10
E	4	3	4	5	6	7	8	9	10	9
T	3	4	5	6	7	8	7	8	9	8
N	2	3	4	5	6	7	8	7	8	7
I	1	2	3	4	5	6	7	6	7	8
#	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	#	E	X	E	C	U	T	I	O	N

MinEdit with Backtrace

n	9	↓ 8	↙←↓ 9	↙←↓ 10	↙←↓ 11	↙←↓ 12	↓ 11	↓ 10	↓ 9	↙ **8**
o	8	↓ 7	↙←↓ 8	↙←↓ 9	↙←↓ 10	↙←↓ 11	↓ 10	↓ 9	↙ **8**	← 9
i	7	↓ 6	↙←↓ 7	↙←↓ 8	↙←↓ 9	↙←↓ 10	↓ 9	↙ **8**	← 9	← 10
t	6	↓ 5	↙←↓ 6	↙←↓ 7	↙←↓ 8	↙←↓ 9	↙ **8**	← 9	← 10	←↓ 11
n	5	↓ 4	↙←↓ 5	↙←↓ 6	↙←↓ 7	↙←↓ **8**	↙←↓ 9	↙←↓ 10	↙←↓ 11	↙↓ 10
e	4	↙ 3	← **4**	↙← **5**	← **6**	← 7	←↓ 8	↙←↓ 9	↙←↓ 10	↓ 9
t	3	↙←↓ 4	↙←↓ **5**	↙←↓ 6	↙←↓ 7	↙←↓ 8	↙ 7	←↓ 8	↙←↓ 9	↓ 8
n	2	↙←↓ **3**	↙←↓ 4	↙←↓ 5	↙←↓ 6	↙←↓ 7	↙←↓ 8	↓ 7	↙←↓ 8	↙ 7
i	**1**	↙←↓ 2	↙←↓ 3	↙←↓ 4	↙←↓ 5	↙←↓ 6	↙←↓ 7	↙ 6	← 7	← 8
#	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
	#	**e**	**x**	**e**	**c**	**u**	**t**	**i**	**o**	**n**

MinEdit with Backtrace

n	9	↓ 8	↙← 9	↙← 10	↙← 11	↙← 12	↓ 11	↓ 10	↓ 9	↙ 8
o	8	↓ 7	↙← 8	↙← 9	↙← 10	↙← 11	↓ 10	↓ 9	↙ 8	← 9
i	7	↓ 6	↙← 7	↙← 8	↙← 9	↙← 10	↓ 9	↙ 8	← 9	← 10
t	6	↓ 5	↙← 6	↙← 7	↙← 8	↙← 9	↙ 8	← 9	← 10	←↓ 11
n	5	↓ 4	↙← 5	↙← 6	↙← 7	↙← 8	↙← 9	↙← 10	↙← 11	↙↓ 10
e	4	↙ 3	← 4	↙← 5	← 6	↙← 7	←↓ 8	↙← 9	↙← 10	↓ 9
t	3	↙← 4	↙← 5	↙← 6	↙← 7	↙← 8	↙ 7	←↓ 8	↙← 9	↓ 8
n	2	↙← 3	↙← 4	↙← 5	↙← 6	↙← 7	↙← 8	↓ 7	↙← 8	↙ 7
i	1	↙ 2	↙← 3	↙← 4	↙← 5	↙← 6	↙← 7	↙ 6	← 7	← 8
#	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	#	e	x	e	c	u	t	i	o	n

del

sub

sub

ins

sub

Performance

- Time: O(nm)
- Space: O(nm)
- Backtrace: O(n+m)